REDUKCE AZIMUTU NA ROTAČNÍ ELIPSOID

– redukce ve 3 krocích :
$$\alpha^E_{ij} = \overbrace{A_{ij} + \Delta\alpha_1}^{\alpha_{ij}} + \Delta\alpha_2 + \Delta\alpha_3$$

1. oprava z tížnicové odchylky (tíhové pole) … Laplace

$$\Delta\alpha_1 = -\underline{\eta}_i \tan\varphi_i - (\underline{\xi}_i \sin A_{ij} - \underline{\eta}_i \cos A_{ij}) \cdot \cot \underline{z}_{ij}$$

2. oprava na normálový řez (geometrie)

$$\Delta\alpha_2 \doteq \frac{h_j}{2M_m} \cdot e^2 \sin 2\alpha_{ij} \cdot \cos^2\varphi_m$$

h_j … výška bodu P_j

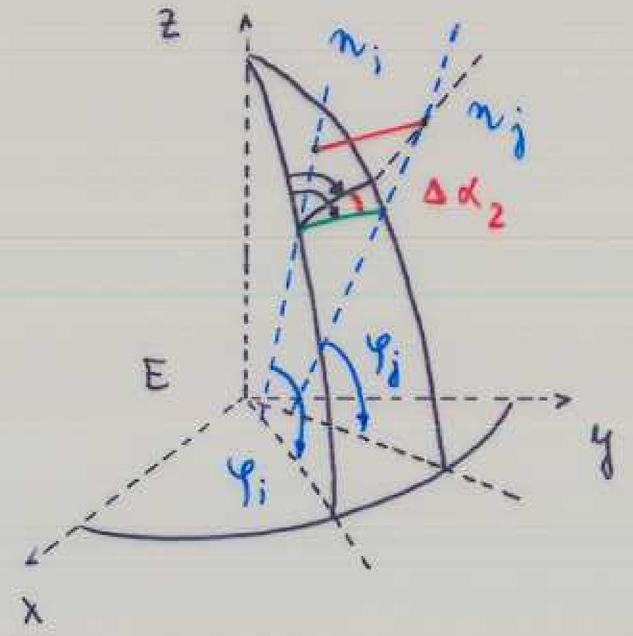
3. oprava na geodetickou čáru (geometrie)

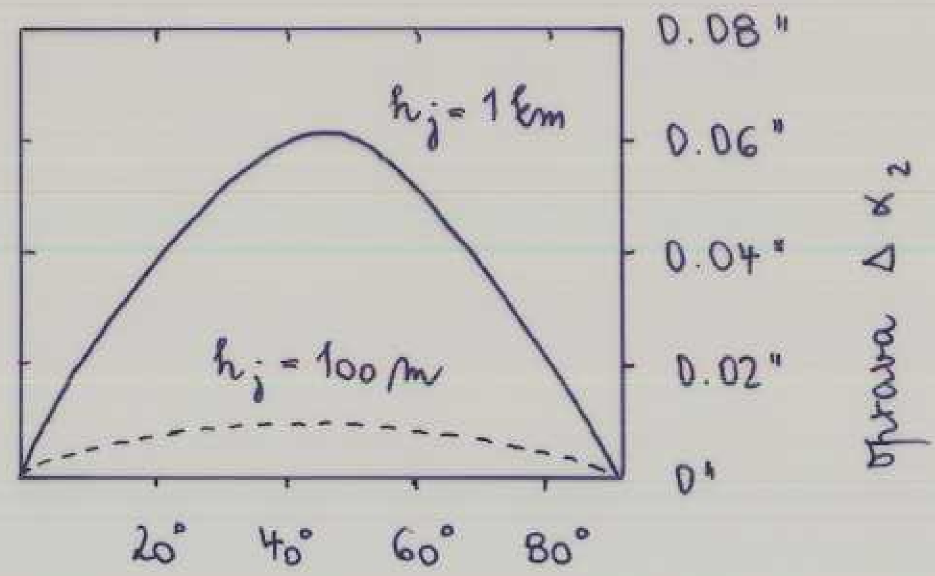
$$\Delta\alpha_3 \doteq -\frac{e^2}{12N_m} \cdot \cos^2\varphi_m \cdot \sin 2\alpha_{ij} \cdot s_{ij}$$

s_{ij} … délka $\overset{\frown}{P_iP_j}$

$$M_m = \frac{1}{2}(M_i + M_j), \quad N_m = \frac{1}{2}(N_i + N_j), \quad \varphi_m = \frac{1}{2}(\varphi_i + \varphi_j)$$

OPRAVA AZIMUTU NA NORMÁLOVÝ ŘEZ



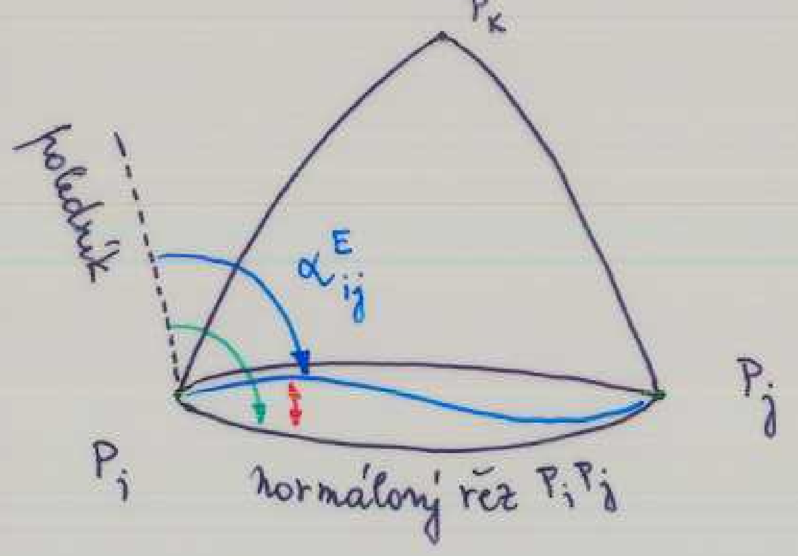


$(\varphi_i = 40°,\ \varphi_j = 41°)$

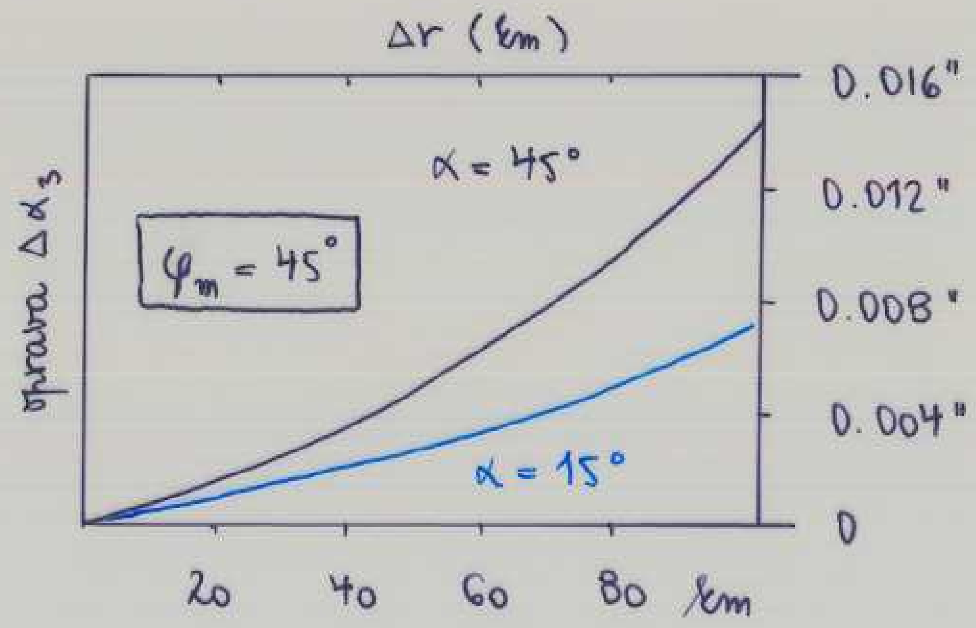
- závislost na výšce h_j ! – viz. obrázek
- oprava má původ v geometrii rotačního elipsoidu :

  dvě obecné normály neleží v jedné rovině

OPRAVA AZIMUTU NA GEODETICKOU ČÁRU



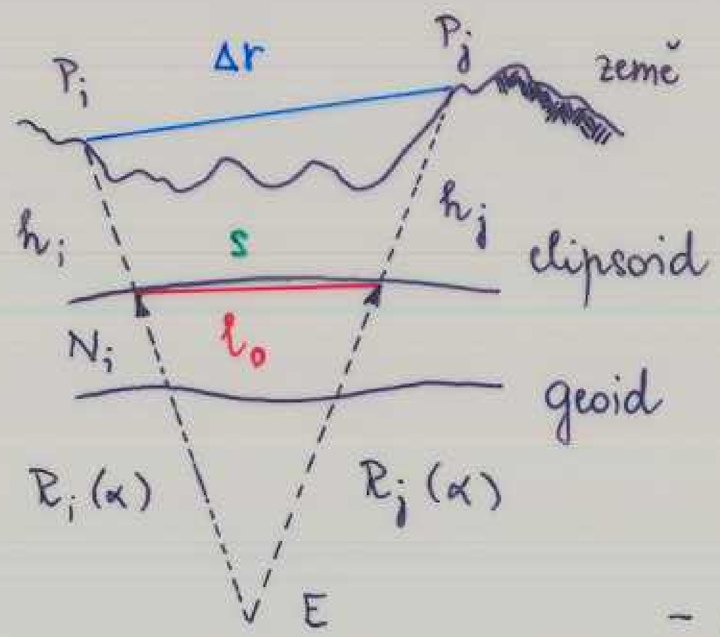
- oprava $\Delta\alpha_3$ má původ v geometrii : rozdíl azimutu geodetické křivky a normálového řezu
- závislost na azimutu :



oprava $\Delta\alpha_3$ pro

$\left.\begin{array}{l}\alpha = 0° \\ \alpha = 90°\end{array}\right\}$?

REDUKCE MĚŘENÉ VZDÁLENOSTI NA ROTAČNÍ ELIPSOID



$$\boxed{s = 2R \cdot \arcsin\left(\frac{l_0}{2R}\right)}$$

kde :

$$l_0 = \sqrt{\frac{\Delta r_{ij}^{\,2} - \Delta h_{ij}^{\,2}}{\left(1 + \frac{h_i}{R}\right)\left(1 + \frac{h_j}{R}\right)}}$$

– délka přímé spojnice

– střední poloměr : $R = \frac{1}{2}\left[R_i(\alpha) + R_j(\alpha)\right]$

– poloměry R_i, R_j (Euler) :

$$R_i(\alpha) = \frac{M_i N_i}{M_i \sin^2\alpha + N_i \cos^2\alpha}$$

ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍCH ÚLOH NA ROTAČNÍM ELIPSOIDU

- geodetické souřadnice definují polohy bodů
- geodetická křivka je někdy nahrazena normálovým řezem
- azimut : úhel, který svírá geodetická křivka s poledníkem

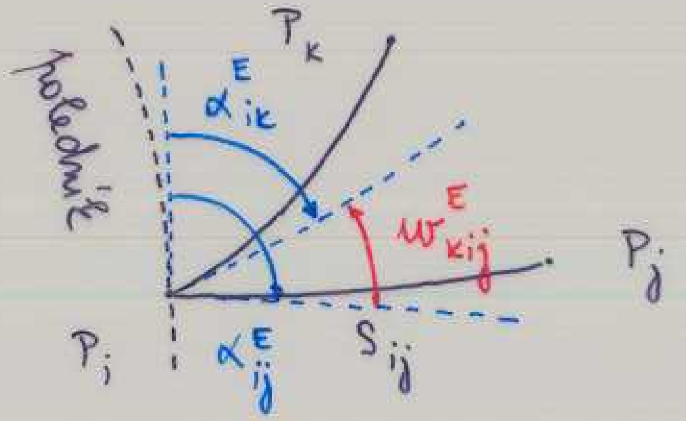
Existuje mnoho řešení – dříve se tímto problémem zabývala řada geodetů a matematiků :

Delambre, Legendre, Bessel, Gauss, Helmert, Clarke, Jordan aj.

- dříve značný problém napočítat řešení numericky
  ⇒ řada přibližných metod pro různé délky

DNES : ŽÁDNÝ PROBLÉM : Přesné řešení pro nejdelší vzdálenosti ! Počítače definitivně vyřešily tento problém.

PRVNÍ (PŘÍMÁ) ÚLOHA NA ROTAČNÍM ELIPSOIDU



- azimut α_{ik}^E je znám
- úhel w_{kij}^E odvozen z měření

$\Rightarrow$ azimut $\alpha_{ij}^E = \alpha_{ik}^E + w_{kij}^E$

\+ délka geodetické čáry mezi body P_i, P_j (redukce měřené délky Δr)

- analytické řešení neexistuje ($\Leftarrow$ definice geodetické čáry)
- řešení se dají rozdělit:

1. použití geodetické čáry
2. použití normálového řezu elipsoidu
3. použití normálového řezu oskulační koule

$\left.\begin{array}{l}2.\\3.\end{array}\right\}$ přibližné

PŘIBLIŽNÁ ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍCH ÚLOH NA ROTAČNÍM ELIPSOIDU

- metoda Puissantova (relativní přesnost < 10^{-6} pro délky do 100 km)

$$\Delta\varphi^{k+1} \doteq \left[\frac{s_{12}\cos A_{12}}{M_1} - \frac{s_{12}^2 \tan\varphi_1 \sin^2 A_{12}}{2M_1N_1} - \frac{s_{12}^3 \cos A_{12} \sin^2 A_{12} (1+3\tan^2\varphi_1)}{6M_1N_1^2} \right] \times \left[1 - \frac{3e^2 \sin 2\varphi_1}{4(1-e^2\sin^2\varphi_1)} \Delta\varphi^k \right]$$

iterace !

$$\Delta\lambda \doteq \frac{s_{12}}{N_2} \cdot \frac{\sin A_{12}}{\cos\varphi_2} \left[1 - \frac{s_{12}^2}{6N_2^2} \left(1 - \frac{\sin^2 A_{12}}{\cos^2\varphi_2} \right) \right]$$

$$A_{21} \doteq A_{12} + 180^\circ + \Delta\lambda \frac{\sin\varphi_m}{\cos\frac{1}{2}\Delta\varphi} + \frac{\Delta\lambda^3}{12} \left[\frac{\sin\varphi_m}{\cos\frac{1}{2}\Delta\varphi} - \frac{\sin^3\varphi_m}{\cos^3\frac{1}{2}\Delta\varphi} \right]$$

- pokud vynecháme členy vyšších řádu,

dostaneme Gaussovu metodu střední šířky (φ_m)

LEGENDREOVO ŘEŠENÍ 1. ZÁKLADNÍ ÚLOHY

- rozdíly souřadnic a azimutů jako Maclaurinova řada

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \left.\frac{d\varphi}{ds}\right|_{s=0} \cdot s + \frac{1}{2} \left.\frac{d^2\varphi}{ds^2}\right|_{s=0} s^2 + \frac{1}{6} \left.\frac{d^3\varphi}{ds^3}\right|_{s=0} s^3 + \dots$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \left.\frac{d\lambda}{ds}\right|_{s=0} s + \frac{1}{2} \left.\frac{d^2\lambda}{ds^2}\right|_{s=0} s^2 + \frac{1}{6} \left.\frac{d^3\lambda}{ds^3}\right|_{s=0} s^3 + \dots$$

$$A_{21} = A_{12} + \left.\frac{dA_{12}}{ds}\right|_{s=0} s + \frac{1}{2} \left.\frac{d^2A_{12}}{ds^2}\right|_{s=0} s^2 + \frac{1}{6} \left.\frac{d^3A_{12}}{ds^3}\right|_{s=0} s^3 + \dots$$

- výchozí vztahy : diferenciální rovnice geodetické křivky

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{\cos A}{M} \ , \quad \frac{d\lambda}{ds} = \frac{\sin A}{N \cos \varphi} \ , \quad \frac{dA}{ds} = \frac{\sin A}{N \operatorname{cotg} \varphi}$$

- pro $s < 70$ km stačí členy do 5. řádu !