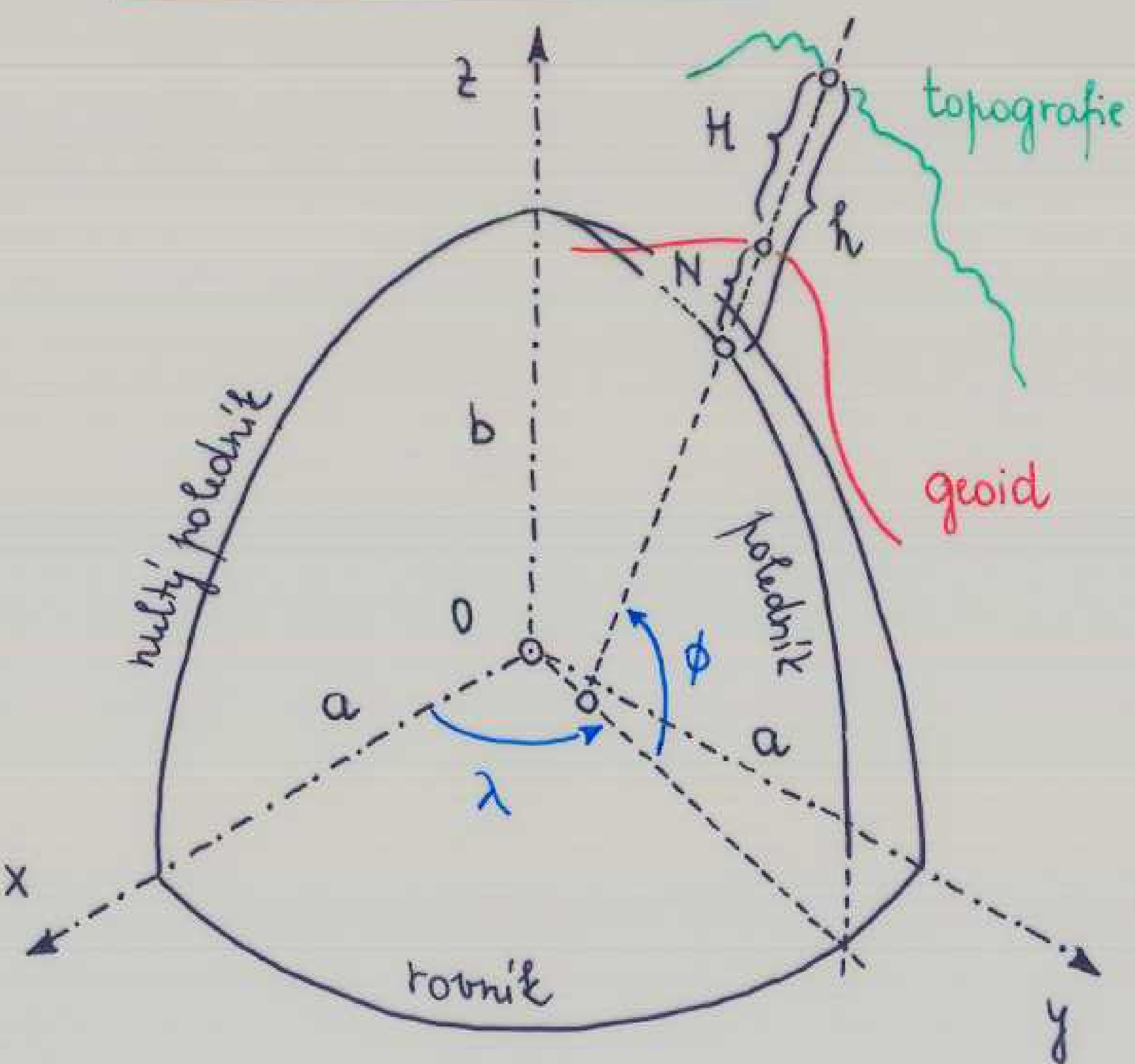
REFERENČNÍ ELIPSOID



$$\boxed{h \doteq H + N}$$

h ... geodetická výška

H ... ortometrická "

N ... geoidální "

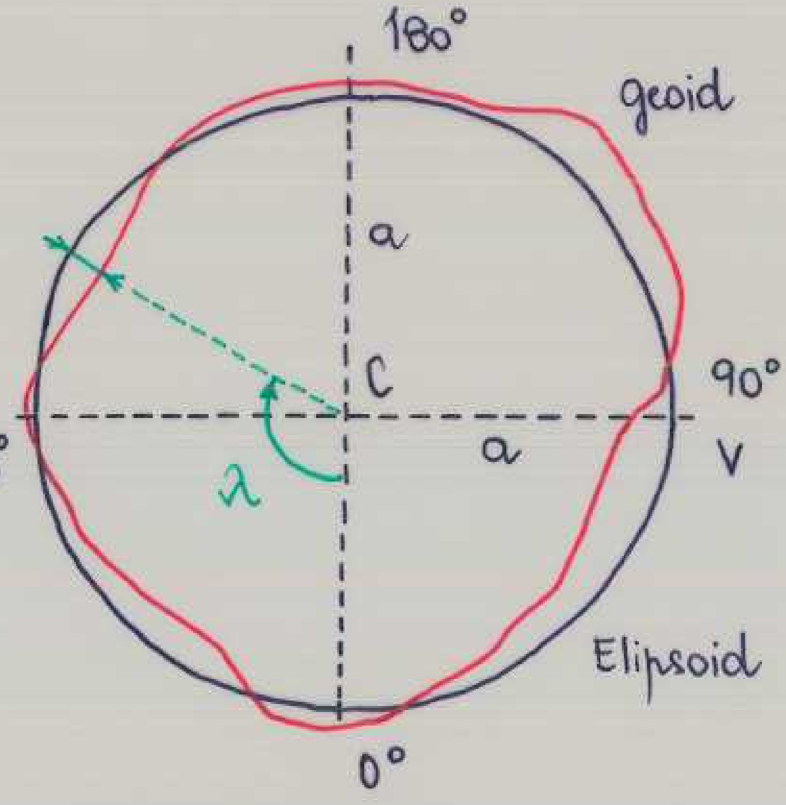
- geodetické souřadnice

  (ϕ, λ, h)

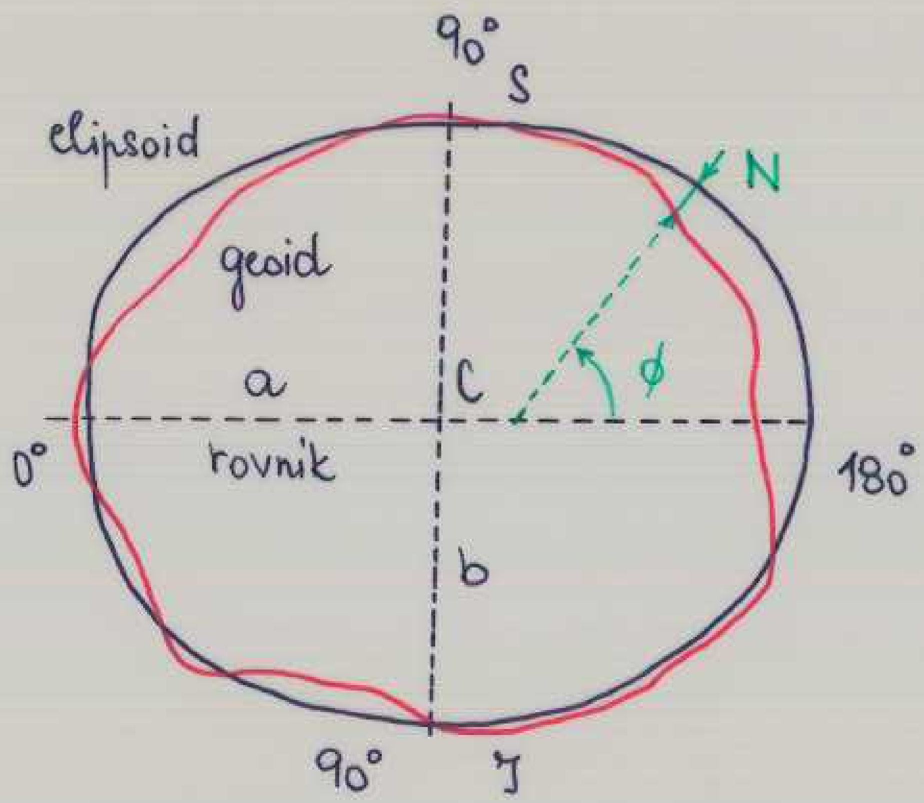
- velmi důležité

  měřitelné pomocí GPS

GEOID A REFERENČNÍ ELIPSOID



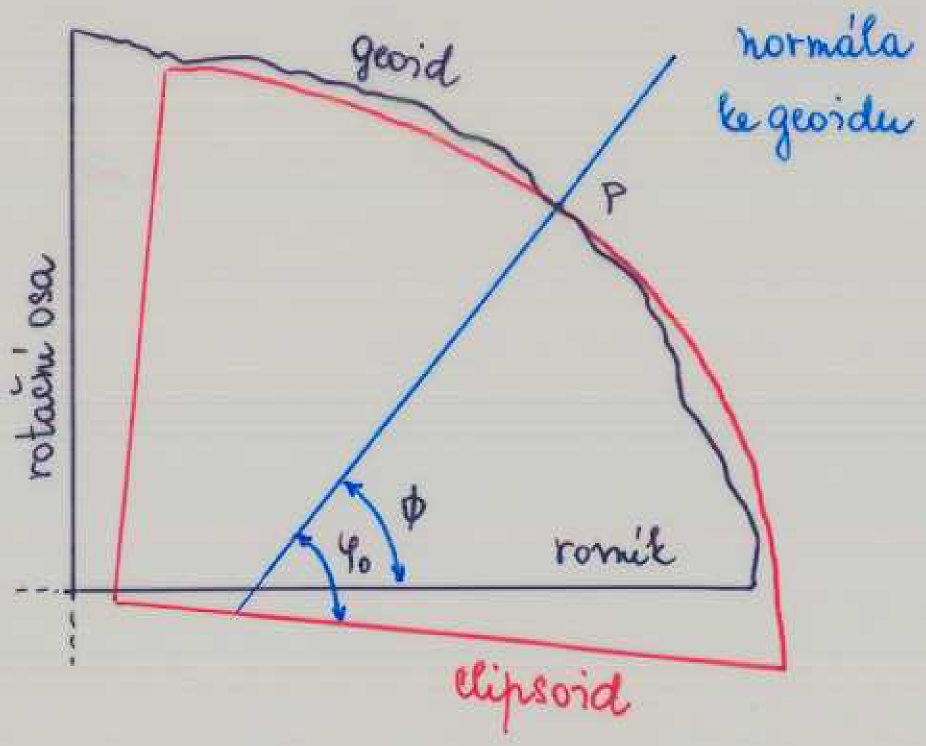
- rovníkový řez
  odchylky $N \times 10^4$



- poledníkový řez pro $\lambda = 90°$
  odchylky $N \times 10^4$

UMÍSTĚNÍ ROTAČNÍHO ELIPSOIDU VŮČI GEOIDU POMOCÍ VÝCHOZÍHO BODU

- klasická metoda dnes již nepoužívaná



- elipsoid uvnán ve výchozím bodě geodetické sítě pomocí 6 parametrů: $\varphi_0, \lambda_0, h_0, \xi_0, \eta_0, \alpha_0$

φ_0, λ_0 ... souřadnice

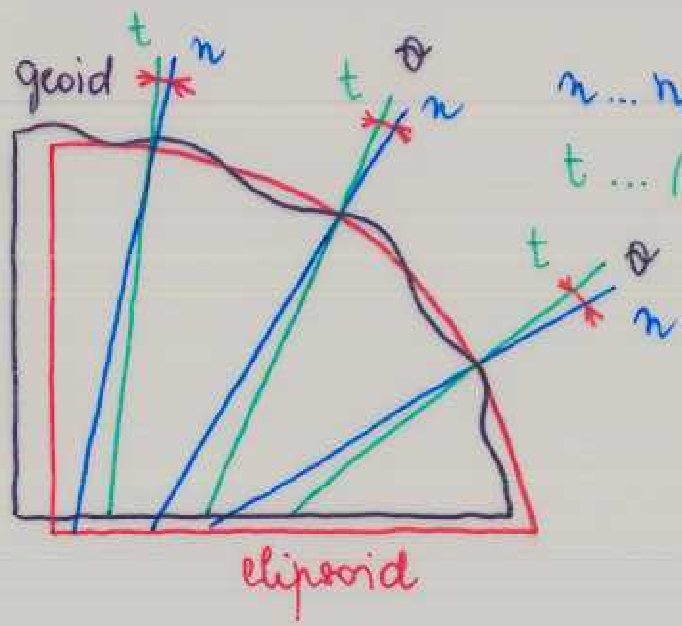
h_0 ... vzdálenost geoidu od elipsoidu

ξ_0, η_0 ... tížnicové odchylky

α_0 ... azimut

- takto umístěné elipsoidy nejsou geocentrické a orientace jejich os neodpovídá rotační ose

ASTROGEODETICKÁ ORIENTACE ROTAČNÍHO ELIPSOIDU



n … normála k elipsoidu $\quad \vartheta$ … tížnicová odchylka

t … normála ke geoidu

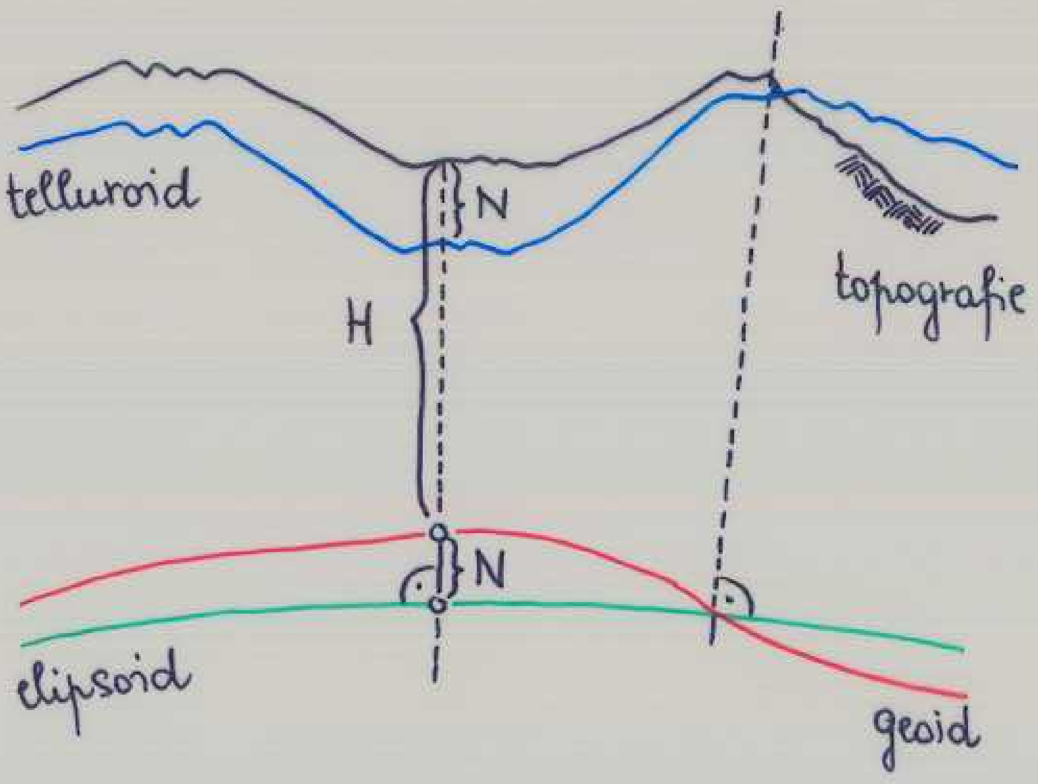
- orientace pomocí sítě tzv. Laplaceových bodů s měřenými astronomickými souřadnicemi

⇒ možno určit tížnicové odchylky

- elipsoid orientován tak, aby suma kvadrátů tížnicových odchylek na Laplaceových bodech byla minimální
- dnes : celosvětová síť bodů vybavena přístroji kosmické geodézie (SLR, LLR, VLBI, GPS) aj.
  - mezinárodní geocentrický elipsoid !

DALŠÍ PLOCHY V GEODÉZII : TELLUROID

- aproximace topografického povrchu (Hirvonen 1960)

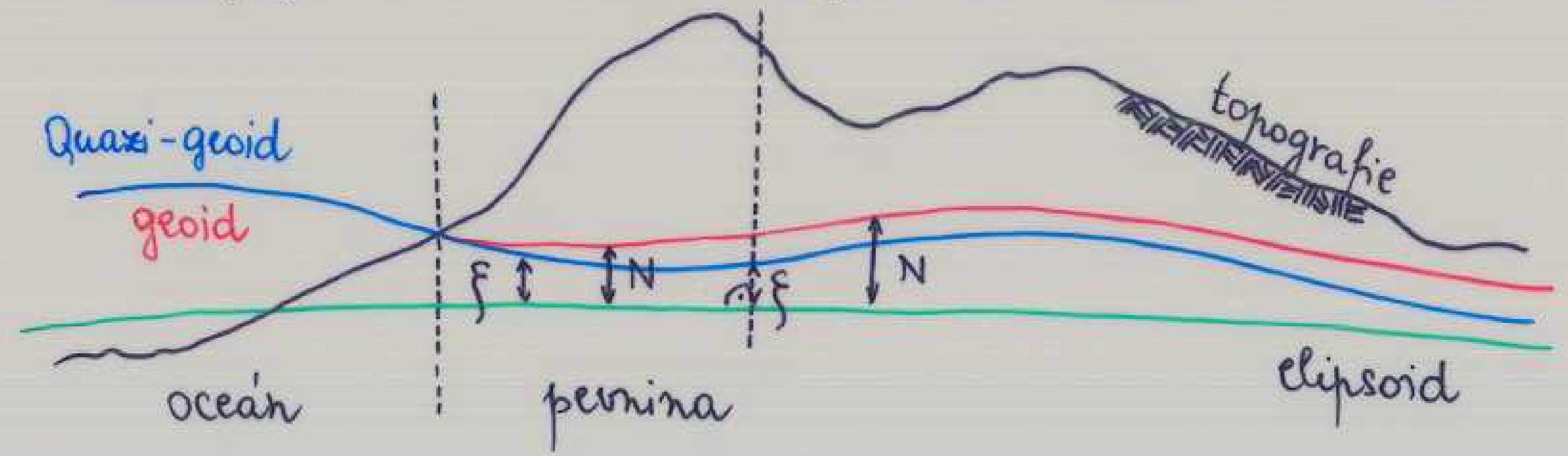


- telluroid není hladinová plocha
- aproximace fyzického povrchu Země přes pevninu
- používán při řešení geoidu

převýšení telluroid - elipsoid = převýšení geoid - topografie

DALŠÍ PLOCHY V GEODÉZII : QUAZI - GEOID

- blízký geoidu (Moloděnskij et al. 1960)



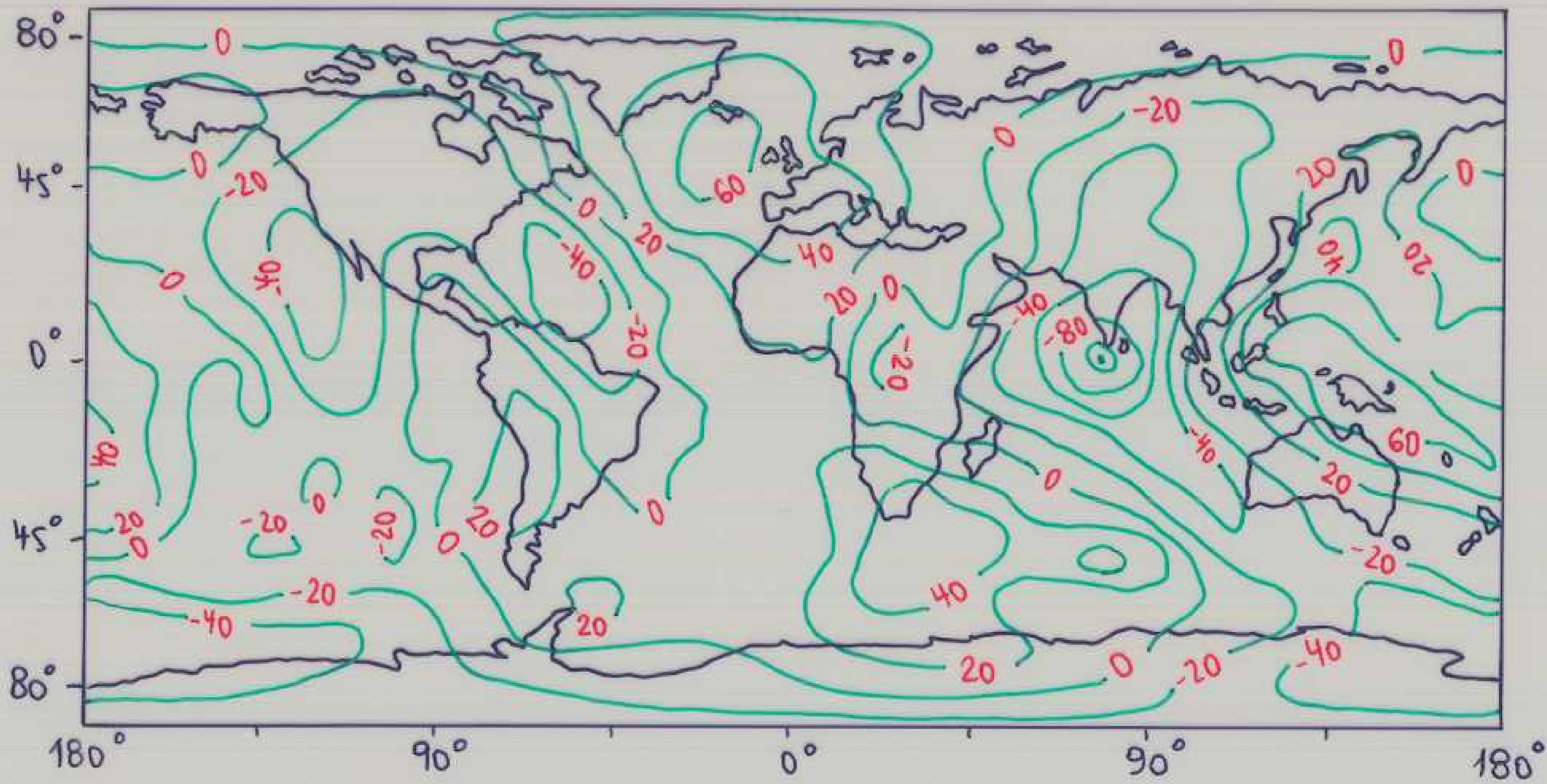
N ... geoid (hladinová plocha) vs. ξ ... quazi - geoid

- geoid je referenční plocha pro ortometrické výšky
- quazi - geoid je referenční plocha pro normální výšky

ČR : quazi - geoid + normální výšky

$|\xi - N| < 2\,m$!

GLOBÁLNÍ MODEL GEOIDU



– geoidální výška N (m)

ODLEHLOSTI ZÁKLADNÍCH GEODETICKÝCH PLOCH

PLOCHY	ODLEHLOST ŘÁDOVĚ (m)	
TOPOGRAFIE - GEOID	10^4	
STŘEDNÍ HLADINA MOŘÍ - GEOID	1	
GEOID - QUAZI-GEOID	1	
GEOID - ELIPSOID	10^2	=
TELLUROID - TOPOGRAFIE	10^2	=
ELIPSOID DVOJOSÝ - ELIPSOID TŘÍOSÝ	10^2	
ELIPSOID - KOULE	10^4	

– pro porovnání : $R \doteq 6371 \cdot 10^3$ m : poloměr Země

$\cong 6 \times 10^6$ m

ROZMĚRY A TVAR VYBRANÝCH ZEMSKÝCH ELIPSOIDŮ

OZNAČENÍ	HLAVNÍ POLOOSA (km)	ZPLOŠTĚNÍ$^{-1}$
Eratosthenes	5950	∞
Francouzská akademie	6376,568	310,3
Bessel	6377,397	299,2
Krasovský	6378,245	298,3
International 1924	6378,388	297,0
International 1967	6378,160	298,247
International 1980	6378,137	298,257

O: Který elipsoid používá GPS ?

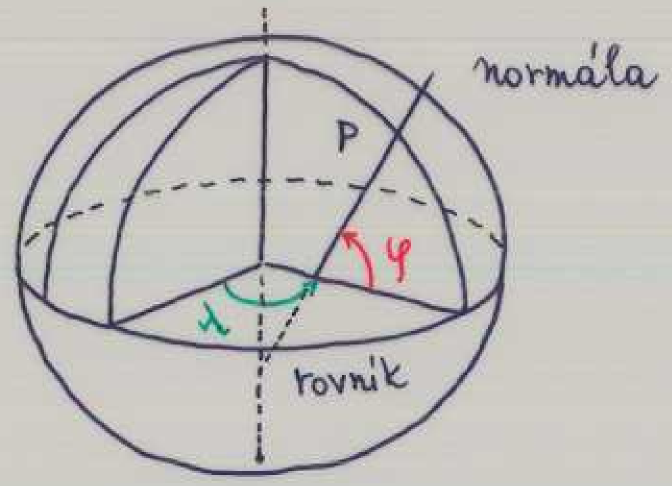
– časové variace tvaru Země $\Rightarrow$ $a(t)$, $f(t)$

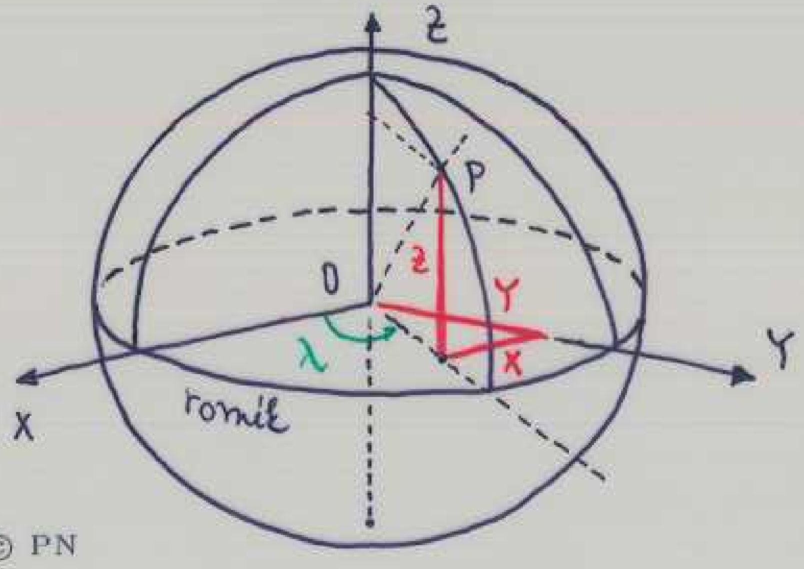
OTÁZKY ŘEŠENÍ ZEMSKÝCH ELIPSOIDŮ

- velikost (hlavní poloosa) a tvar (zploštění)
- umístění vzhledem k Zemi
  - a) střed elipsoidu – těžiště Země (geocentricita)
  - b) orientace os : rotační osa elipsoidu – – rotační osa Země
- jedna ze základních otázek geodézie :
  "najít co nejlepší zemský elipsoid"
- dnes se používají metody kosmické geodézie : (E. Buchar)
  - SLR, LLR ... geocentrum
  - GPS, VLBI ... orientace

  } vysoká přesnost

SOUŘADNICOVÉ SOUSTAVY NA ROTAČNÍM ELIPSOIDU





Geodetické souřadnice:

λ … zeměpisná délka

$0 \leq \lambda < 360°$

φ … zeměpisná šířka

$-90° \leq \varphi \leq +90°$

Kartézské souřadnice:

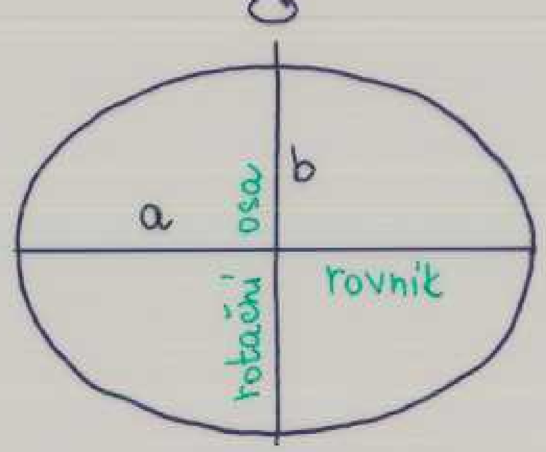
počátek ve středu elipsoidu

osa x … rovník ∩ nultý poledník

osa z … rotační osa

osa y … doplňuje systém

ZÁKLADNÍ PARAMETRY ROTAČNÍHO ELIPSOIDU



- plocha vytvořená rotací elipsy

a ... hlavní poloosa
b ... vedlejší poloosa
$\}$ $a \geq b$

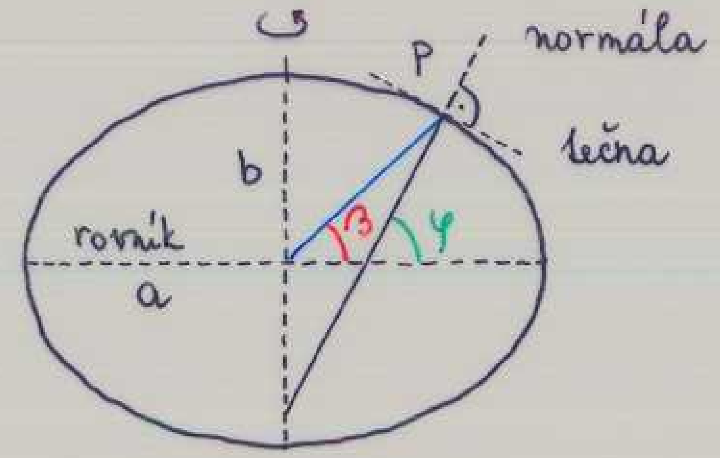
- další parametry elipsoidu:

- první zploštění $f = \frac{a-b}{a}$, druhé $f' = \frac{a-b}{a+b}$
- první excentricita $e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$, druhá $e'^2 = \frac{a^2-b^2}{b^2}$

$$f = 1 - \sqrt{1-e^2}$$

- další parametry + jejich vztahy – skripta C+M

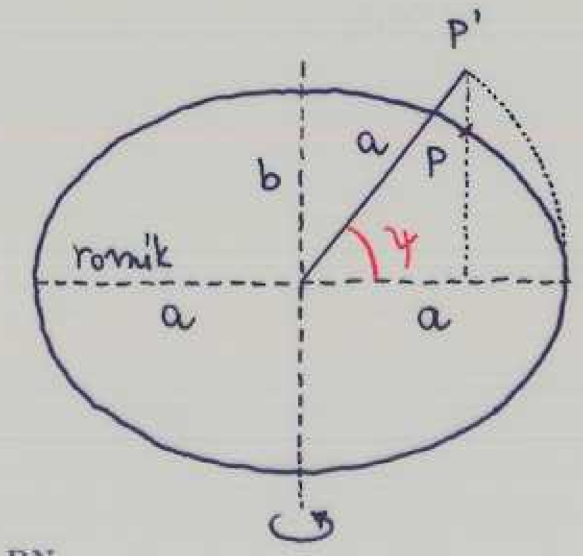
GEODETICKÁ, GEOCENTRICKÁ A REDUKOVANÁ ŠÍŘKA



Geocentrická šířka β

- pro řešení úloh v astronomii a navigaci, matematické kartografii

$$\boxed{\tan\beta = (1-e^2)\tan\varphi}$$



Redukovaná šířka ψ

- teoretická odvození

$$\boxed{\tan\psi = \sqrt{1-e^2}\,\tan\varphi}$$

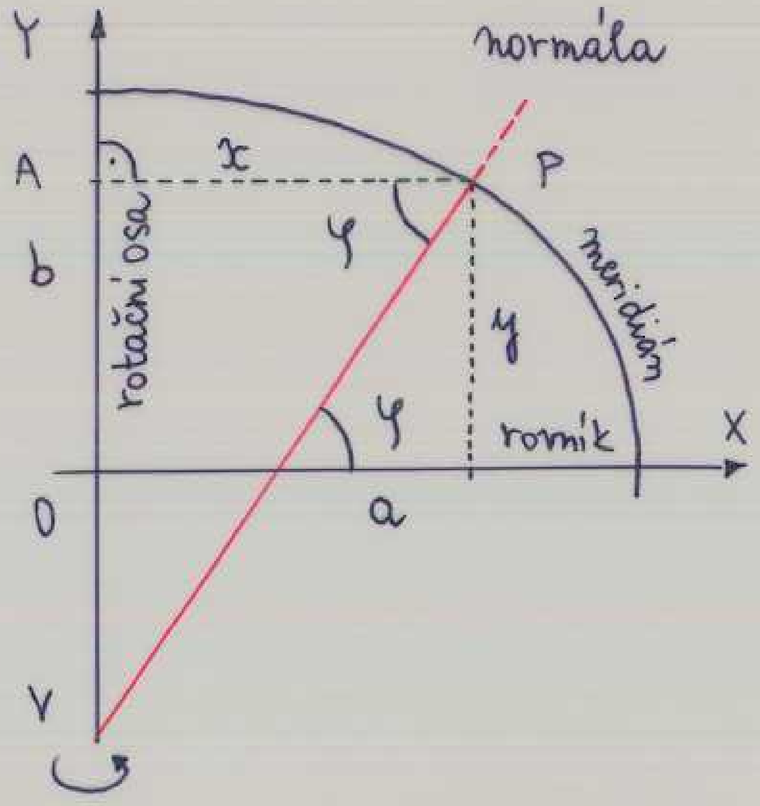
- póly + rovník : $\varphi = \beta = \psi$
- největší odchylky pro $\varphi = 45°$

POLOMĚRY KŘIVOSTI V BODĚ NA ELIPSOIDU

- bodem na elipsoidu prochází jediná normála, kterou lze proložit nekonečně mnoho rovin
- tyto roviny protínají elipsoid v tzv. normálových řezech
- v každém bodě existují dva extrémní normálové řezy, jejichž křivost je minimální a maximální
- hlavní poloměry křivosti : meridiánový poloměr M (m)
  příčný poloměr N (m)

  odpovídají rovině poledníku a rovině na poledník kolmé
- porovnání s koulí ? (všechny řezy mají stejný poloměr k.)

PŘÍČNÝ POLOMĚR KŘIVOSTI ROTAČNÍHO ELIPSOIDU



- řešení Δ APV :

$$x = N\cos\varphi \Rightarrow N = \frac{x}{\cos\varphi} \quad (*)$$

$$x = \frac{a\cos\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}} \quad (**)$$

- výsledek po dosazení (**) do (*) :

$$\boxed{N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}} \quad (m)$$

- pro libovolný bod $N \geq M$
- minimum $\varphi = 0$: $N = a$, maximum $\varphi = \pm 90°$: $N = \frac{a}{(1-e)^{1/2}}$

POLOMĚRY KŘIVOSTI NORMÁLOVÉHO ŘEZU

- poloměr křivosti normálového řezu o azimutu α (Euler):

$$\frac{1}{R_\alpha} = \frac{\cos^2\alpha}{M} + \frac{\sin^2\alpha}{N}$$

- střední poloměr křivosti (Grunert):

$$R_m = \sqrt{MN} = \frac{a(1-e^2)}{1-e^2\sin^2\varphi}$$

- poloměr rovnoběžky: $r = x = N\cos\varphi$
- poloměr náhradní koule: stejný objem $R = \sqrt[3]{a^2 b}$

  stejný povrch $R = b\sqrt{1+\frac{2}{3}e^2+\ldots}$

  atd.