

2 Fyzikální charakteristiky Země

2.1 Země a její pohyb

Pohyby Země jsou především podmíněny různým především gravitačním vlivům. Proto i pohyby Země jsou různorodé. Možno je dělit na *pravidelné* a *nepravidelné*. Pravidelné pohyby lze podchytit, aspoň v prvním přiblížení, pouze Keplerovými pohybovými zákony. Nepravidelné pohyby Země jsou poruchy způsobené třetími tělesy či dalšími negravitačními vlivy.

Pravidelné pohyby:

- pohyb Země společný s pohybem naší galaxie vůči ostatním galaxiím
- pohyb Země vůči těžišti naší galaxie
- pohyb Země kolem Slunce
- pohyb Země kolem těžiště soustavy Země-Měsíc
- rotační pohyb Země kolem vlastní osy

Nepravidelné pohyby – poruchy:

- gravitační vlivy Měsíce, planet a dalších těles sluneční soustavy
- negravitační: záření, odpor hmotných částic v prostoru dráhy Země, relativistické ad.

O těchto vlivech pojednává nebeská mechanika a astrodynamika, viz např. [1] a [2].

LITERATURA:

[1] Andrlé P.: Základy nebeské mechaniky. ACADEMIA, Praha 1971

[2] Burša M., Karský G., Kostecký J.: Dynamika omětlých deružic v tíhovém poli Země. ACADEMIA, Praha 1993.

2.2 Tíhové pole Země

Jak ukazuje obr. 1.3.1, je každý bod na povrchu Země pod vlivem dvou základních sil, přitažlivé F a odstředivé P^*). Výslednicí je pak tíže G . Jelikož jde o povrch Země, který je možno nahradit plochou vztažného elipsoidu, pak velikost průvodiče SA se zmenšuje směrem k pólům a přitažlivá síla F se tedy k pólům zvětšuje. Síla P se naopak k pólům zmenšuje. A jelikož působí protichůdně vůči síle F , pak obě síly způsobují zvětšování tíže směrem k pólům.

- 1) Tíže směrem k pólům stoupá. Minimální je na rovníku a maximální na pólech.

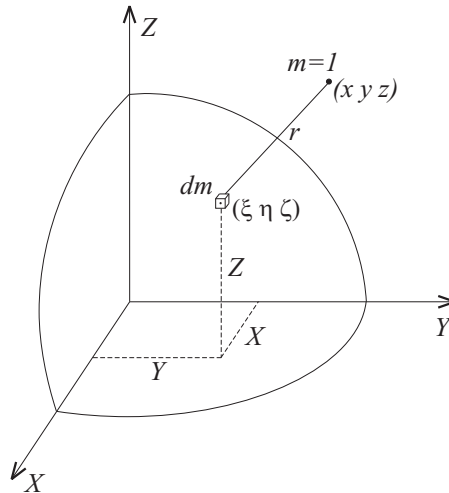
2.2.1 Vliv přitažlivé síly

Podle obr. 2.2.1 označme diferenciál hmoty Země dm jeho souřadnice ξ , η , ζ a souřadnice bodu m jako x , y , z , přičemž bod m leží vně Země a je pevně spojen se Zemí. V tomto budě o hmotnosti m budeme vyšetřovat sílu přitažlivou i odstředivou, přičemž jeho hmotnost $m = 1$. Pro vzdálenost r mezi body dm a m platí

^{*)} Krom těchto sil však působí další silové vlivy, které jsou však mnohem řádově menší než tyto dvě základní, a je tudíž možno je v dalším textu zanedbat. Jsou to např. slapové účinky Měsíce a Slunce, vlivy atmosféry ve vyšších polohách, vliv vodních hmot, volná nutace a další.

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2,$$

takže $\frac{\partial(1/r)}{\partial x} = \frac{\xi - x}{r^3}$ a podobně pro y a z .



Obr. 2.2.1

Diferenciál přitažlivé síly, která působí na hmotnost $m = 1$, je

$$dF = \kappa \frac{dm \cdot 1}{r^2}$$

a celková přitažlivá síla Země, která působí na hmotnost $m = 1$, je

$$F = \kappa \int_{\oplus} \frac{dm}{r^2}$$

kde se integrace vztahuje na Zemi jako celek. Její složky v osách x , y , z jsou

$$F_x = \kappa \int_{\oplus} \frac{x - \xi}{r^3} dm, \quad F_y = \kappa \int_{\oplus} \frac{y - \eta}{r^3} dm, \quad F_z = \kappa \int_{\oplus} \frac{z - \zeta}{r^3} dm, \quad (2.2.1)$$

kde κ je Newtonova-Cavendishova konstanta.

2.2.2 Vliv odstředivé síly

Podle obr. 2.2.1 budeme opět vyšetřovat vliv odstředivé síly v bodě m , tedy sílu P . Platí, že

$$P = m\omega^2 \rho,$$

kde, v našem případě je $m = 1$, ω je úhlová rychlost a ρ vzdálenost bodu m od osy rotace. Pak

$$P = \omega^2 \rho$$

a složky v osách x , y , z jsou

$$P_x = P \frac{x}{\rho} = x\omega^2, \quad P_y = y\omega^2, \quad P_z = 0 \quad (2.2.2)$$

2.2.3 Složky celkové síly

Vektorovým součtem dvou předchozích sil dostaneme sílu G , kterou nazýváme tíže. Působí-li na jednotku hmoty, $m = 1$, hovoříme o intenzitě (síly) tíže. Její složky získáme sečtením složek obou sil, tj. rov. (2.2.1) a rov. (2.2.2). Dostaneme

$$g_x = \kappa \int_{\oplus} \frac{x-\xi}{r^3} dm + \omega^2 x, \quad g_y = \kappa \int_{\oplus} \frac{y-\eta}{r^3} dm + \omega^2 y, \quad g_z = \kappa \int_{\oplus} \frac{z-\zeta}{r^3} dm \quad (2.2.3)$$

a celková intenzita síly tíže je

$$g = (g_x^2 + g_y^2 + g_z^2)^{1/2}$$

v bodě m způsobená celou Zemí, g je číselně shodné se zrychlením, leč jeho rozměr je $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Intenzita síly tíže má rozměr $\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Složky v rov. (2.2.3) je možno též vyjádřit jako průměty intenzity síly tíže g do souřadnicových os. Jsou

$$g_x = g \cos \varphi \cos \lambda, \quad g_y = g \cos \varphi \sin \lambda, \quad g_z = g \sin \varphi. \quad (2.2.4)$$

2.2.4 Tíhový potenciál a jeho vlastnosti

Zavedeme výraz

$$W = -\kappa \int_{\oplus} \frac{dm}{r} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2). \quad (2.2.5)$$

Pak platí, že $g_x = \partial W / \partial x$ a podobně pro y a z . Přesvědčme se derivováním rov. (2.2.5) podle x . Dostáváme, že

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial x} &= -\kappa \int_{\oplus} \left(-\frac{1}{r^2} \right) \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right) dm + \frac{1}{2} \omega^2 2x \\ &= \kappa \int_{\oplus} -\frac{1}{r^2} \frac{x-\xi}{r} dm + \omega^2 x = \kappa \int_{\oplus} \frac{x-\xi}{r^3} dm + \omega^2 x, \end{aligned}$$

což se shoduje s první rov. (2.2.3). Obdobné platí pro derivace podle y a z . Pro **tíhový potenciál** (2.2.5) tedy platí.

- 2) Derivací tíhového potenciálu W , rov. (2.2.5), podle určeného směru, dostáváme sílu tíže v tomto směru*),
- 3) potenciál W je skalár,
- 4) uvedené vtahy platí i pro samostatný potenciál přitažlivé síly, viz rov. (2.2.1), i pro samostatný potenciál síly odstředivé, viz rov. (2.2.2).

*) Zde je toto dokázáno jen pro směry souřadnicových os x , y , z .

V rov. (2.2.5) je prvý člen roven gravitačnímu potenciálu U a druhý člen rotačnímu potenciálu V . Pak tedy:

- 5) celkový potenciál W , tj. tíhový potenciál, jest roven součtu gravitačního potenciálu U a odstředivého potenciálu V , takže

$$W = U + V, \quad (2.2.6)$$

- 6) hladinovou plochu definujeme jako plochu, která má v každém svém bodě stejnou hodnotu tíhového potenciálu

$$W = W_0 = konst. \quad (2.2.7)$$

Potom přírůstek dW , postupujeme-li po povrchu hladinové plochy, je nulový. Hladinová plocha je proto plochou ekvipotenciální. Tudíž $dW = 0$.

Podle rov. (2.2.6) je rovněž

$$dU + dV = 0 \quad (2.2.8)$$

dU a dV považujeme za totální diferenciály funkce $U = U(x, y, z)$ a funkce $V = V(x, y, z)$. Jsou

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz,$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz,$$

a po dosazení do rov. (2.2.8) a užitím bodu 5) dostáváme

$$\frac{\partial W}{\partial x} dx + \frac{\partial W}{\partial y} dy + \frac{\partial W}{\partial z} dz = 0. \quad (2.2.9)$$

Výrazy $\frac{\partial W}{\partial x}$ atd. jsou složky (2.2.4) tíhového zrychlení g a dx , dy , dz jsou hledané složky (směrové parametry) hledaných souřadnicových přírůstků v hledaném směru^{*)}, který označme n . Pak

$$\cos(g; n) = 0,$$

takže

$$\angle(g; n) = 90^\circ.$$

- 7) Směr tíže je stále kolmý k ekvipotenciální hladinové ploše. Leží tedy na normále k této ploše, nebo-li na svislici v bodě m , viz obr. 2.2.1,

- 8) hladinová plocha je plochou uzavřenou, z vnějšku vždy konvexní, je nedeformovaná a bez ostrých hran.

Protože platí vztah (2.2.7), pak platí pro dvě blízké hladinové plochy, že rozdíl jejich potenciálů je rovněž konstantní, tedy

$$W_2 - W_1 = \Delta W = konst.$$

^{*)} Pro větší názornost čtenáře, je možno si představit, že rov. (2.2.9) je dělena výškovým přírůstkem dh . Pak $\frac{dx}{dh}$ jsou směrové kosiny směru tíže g .

Podle bodu 2) je

$$\frac{\partial W}{\partial n} = g,$$

z čehož

$$\Delta W = g \cdot \Delta n = konst.$$

A protože tíhové zrychlení k pólům vzrůstá, pak musí Δn v důsledku předchozího vzorce, klesat.

9) Hladinové plochy (pro Zemi) se k pólům sbíhají a na rovníku jsou vzájemně nejvzdálenější.

Bližší a obdobné úvahy o této tématice uvádí např. [4].

2.2.5 Geoid a jeho rovnice

Geoid je hladinová plocha o jistém tíhovém potenciálu W_g , která prochází body o nulových výškách. Tyto body jsou reálně dány značkami vodočtů pobřežních stanic.

Při odvozování rovnice geoidu se vychází ze vztahu (2.2.5), jehož pravá strana se vyjádří proměnnými souřadnicemi ρ , ϕ , Λ , což jsou geocentrický průvodič, geocentrická zeměpisná šířka a délka. Dojde se k diferenciální rovnici 2. řádu, která se řeší separací neznámých, viz [2]. Výsledkem je rovnice

$$\rho_g = \frac{GM_{\oplus}}{W_g} \cdot \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_{\oplus}}{\rho} \right)^n \sum_{k=0}^n (C_{n,k} \cos k\Lambda + S_{n,k} \sin k\Lambda) \cdot P_{n,k}(\sin \phi) + \frac{\rho^3 \omega^2}{2GM_{\oplus}} \cos^2 \phi \right],$$

kde GM_{\oplus} je geocentrická gravitační konstanta, W_g přijatá hodnota tíhového potenciálu na ploše geoidu, a_{\oplus} poloměr rovníku Země, $C_{n,k}$ a $S_{n,k}$ jsou geopotenciální harmonické (Stokesovy) koeficienty stupně n a řádu k , ω je rotační rychlost Země a $P_{n,k}$ jsou Legendrovy polynomy pro $k = 0$, a Legendrovy přidružené funkce pro $k \neq 0$. Bližší o těchto pojmech a o užití uvedených vzorců bude následovat v části IX.

Převýšení ζ geoidu nad elipsoidem je pak

$$\zeta \doteq \rho_g - \rho_e,$$

kde ρ_e je geocentrický průvodič elipsoidu pro dané ϕ . Bližší o uvedené problematice v [1], [2], [3], a [4].

LITERATURA:

- [1] Burša M., Pěč K.: Tíhové pole a dynamika Země. ACADEMIE, Praha 1988.
- [2] Heiskanen W. A., Moritz H.: Physical Geodesy. Freeman, 1967.
- [3] Vaníček P., Krakiwsky E.: Geodesy-the concepts. Amsterdam 1986.
- [4] Zeman A.: Fyzikální geodézie. Vydavatelství ČVUT, Praha 1998.

2.3 Atmosféra

Vliv atmosféry je i z hlediska astrodynamiky zásadní důležitosti, neboť značnou měrou ovlivňuje dráhu nízkých družic Země. Proto je jí třeba věnovat pozornost, především s ohledem na vystižení hustoty a její změny v daném čase a místě. Uveďme již v úvodu, že stoprocentní postižení prozatím neexistuje. Navíc k tomu přistupuje ještě rotace atmosféry a její nepravidelné proudění nazývané vítr. Těmto tématům se budeme ve vší stručnosti věnovat v této kap. 2.3.

2.3.1 Hustota atmosféry

Hustota atmosféry se mění exponenciálně v závislosti na výšce. Její změny jsou závislé nejen na výšce, ale i na čase, a to ve značně složité závislosti.

Mezi nejjednodušší vzorce pro výpočet hustoty ρ , ale nejméně přesné, patří vztah

$$\rho = \rho_0 \exp(-k \cdot h),$$

kde h je výška družice, R poloměr Země a $k = 0,1082$. ρ_0 je hustota atmosféry pro $h = 0$. Jiný vztah zní

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \beta \cos^n \frac{\psi}{2} \right),$$

kde β , n jsou koeficienty a ψ je úhel mezi geocentrickým průvodičem a vzdutím atmosféry. Hustota ρ_0 se určuje ze vztahu $\log \rho_0 = a + bh + c \exp(dh)$, kde a , b , c , d jsou koeficienty závislé na sluneční aktivitě a společně s β a n jsou určovány přístroji na palubě družice. V diplomní práci [3] je uveden empiricky získaný vzorec

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{\sqrt[3]{h} \cdot 22,5}{\ln h}\right),$$

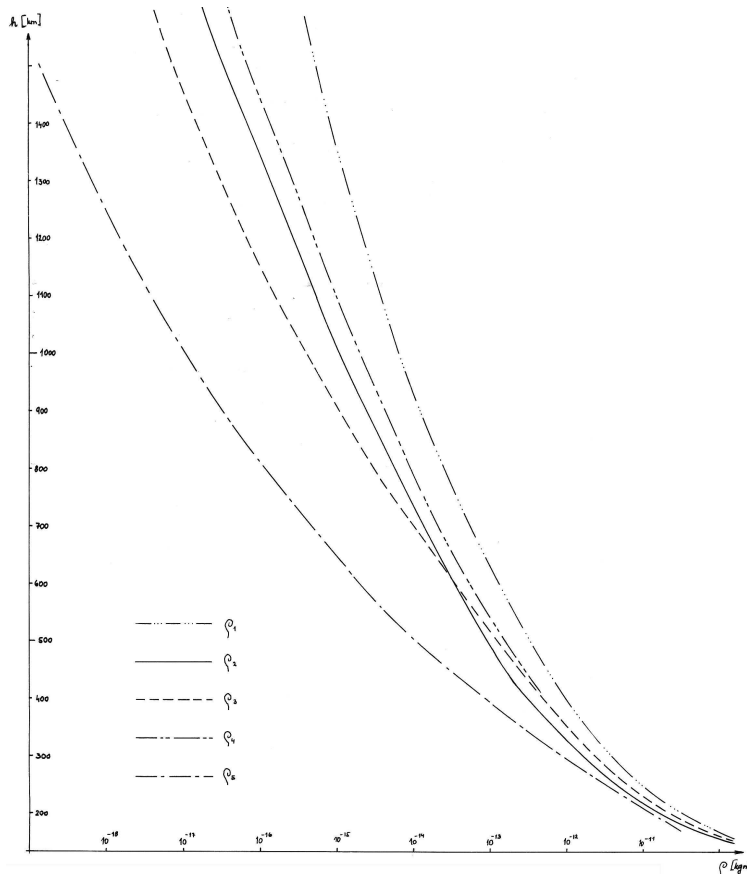
kde $\rho_0 = 1,225 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ a h v km je výška družice. Tento vzorec platí jen přibližně pro výšky od 200 km do 2000 km a byl sestaven pro hodnoty hustoty atmosféry uváděnými v [2]. Složitější a přesnější vzorce uvádí např. [1]. Podle nich jsou zakresleny průběhy hustot ρ_i s výškou h na obr. 2.3.1.

2.3.2 Změny v hustotě atmosféry

1) **Denní efekt.** Tento jev způsobuje maximální vzrůst hustoty v dané výšce kolem 14. hodiny a minimum mezi půlnocí a svítáním. Ve výšce 650 km je maximální hustota 10krát větší než minimální. Ve výšce 200 km dosahuje tento vliv až 40% průměrné hustoty. Velikost denní změny tedy závisí i na výšce. Tento efekt je způsoben změnou teploty atmosféry v závislosti na výšce Slunce nad horizontem. Ve dne jako by se atmosféra vydouvala – linie stejné hustoty vytváří vzduť, viz obr. 2.3.2 a mírně se opožďovala za Sluncem. Ve výšce 500 km dosahuje hodnot 100 km. Tj. denní hodnota hustoty ve výšce 600 km je rovna průměrné noční hustotě v 500 km.

2) **Dvacetisedmidenní perioda** odpovídá periodě rotace Slunce kolem své osy vzhledem k Zemi. Tento efekt je závislý na množství a aktivitě slunečních skvrn na přivrácené straně Slunce. Ve výšce 200 km (600 km) může vyvolat 20% (70%) změny od průměrné hustoty.

3) **Šestiměsíční cyklus** vyvolává amplitudu ve výšce 350 km asi 40% střední hustoty. Maxima dosahují změny v dubnu a říjnu, minima v lednu a červnu.



Obr. 2.3.1 (významy hustot ρ_i jsou uvedeny v textu)

Zde znamená:

ρ_1 průměr z maximálních denních hodnot, maximum střední sluneční aktivity,

ρ_2 průměr z minimálních denních hodnot, maximum střední sluneční aktivity,

ρ_3 průměr z minimálních nočních hodnot, maximum střední sluneční aktivity,

ρ_4 průměr z minimálních denních hodnot, minimum střední sluneční aktivity,

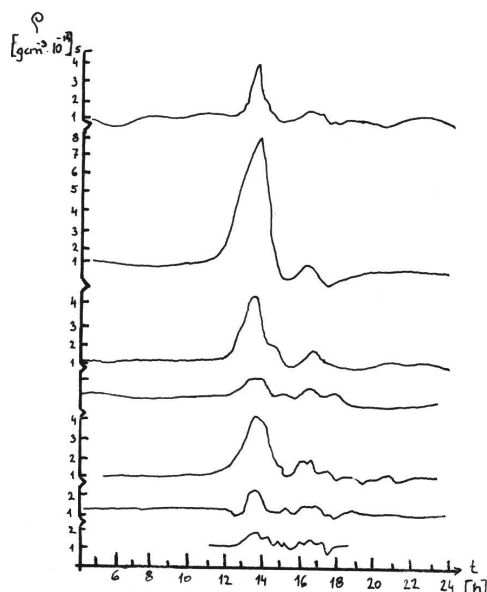
ρ_5 průměr z minimálních nočních hodnot, minimum střední sluneční aktivity.

4) **Jedenáctiletý cyklus** vyvolává nejpomalejší, ale největší změny. Porovnáním hodnot z roku 1958, kdy byla sluneční aktivita maximální a z roku 1964, kdy byla minimální, vyplývá, že ve dne ve výšce 300 km klesla hustota průměrně 3krát a ve výšce 600 km asi 20krát.

5) **Nepravidelné změny** jsou svým způsobem výjimečné. Závisí rovněž na činnosti Slunce a je těžké je předvídat. Mohou trvat jen několik dní nebo hodin, ale mohou dosáhnout poměrně velkých hodnot.

2.3.3 Rotace atmosféry

Pokud předpokládáme, že atmosféra rotuje stejnou úhlovou rychlostí jako Zem, potom je její úhlová rychlost $\Lambda = 1$. Ve skutečnosti ovšem $\Lambda \neq 1$ a v důsledku toho vzniká tak zvaný zonální vítr, což je vítr ve směru rovnoběžek. Pro $\Lambda = 1,0$ je postupná rychlost větru vůči Zemi $V_A = 0$. Pro $\Lambda > 1,0$ je postupná rychlost větru $V_A > 0$ vůči Zemi a směr větru od západu



Obr. 2.3.2

k východu. Pro $\Lambda < 1,0$ je postupná rychlost větru $V_A < 0$ vůči Zemi a směr větru od východu k západu. Velikost rychlosti rotace Λ atmosféry závisí především na výšce, dále na ročním období a místním čase. Její střední hodnota od 125 km, kde je $\Lambda = 1,0$, stoupá na $\Lambda = 1,22$ pro 325 km, pak opět klesá na 1,0 pro 430 km a na 0,82 pro 600 km. Další změny jsou způsobeny efektem 'den – noc'. Hodnota Λ dosahuje maxima „večer“, tj. od 18 do 24 h a minima „ráno“, tj. od 6 do 12 h. Rotace závisí také na roční době. Oproti střední hodnotě je v zimě o 0,15 vyšší a v létě o 0,1 nižší. Postupnou rychlost větru V_A pro obecnou zeměpisnou šířku φ určíme ze vzorce

$$V_A = (\Lambda - 1) \frac{2\pi r}{86400} \cos \varphi,$$

kde r je geocentrický průvodič družice.

Bližší o atmosféře a o jejím vlivu na pohyb družice najde čtenář v publikacích [3], [4], [7], českých autorů a zahraničních v [1], [2], [5], [6] a [9].

V práci [10] jsou popsány další jevy související se Zemí.

LITERATURA:

- [1] CIRA 61: Report of the Preparatory Group for an International Reference Atmosphere. Amsterdam 1961.

- [2] CIRA 72: Compiled by the Committee for the Cospar International Reference Atmosphere (CIRA). Berlin 1972.
- [3] Jansa T.: Poruchové působení atmosféry na dráhu družice. Diplomová práce, Praha 1984.
- [4] Kabeláč J., Sehnal V.I.: Atmospheric effects on the dynamics of the MIMOSA satellite. *Journal of Geodesy* (2003) 76: 536-542.
- [5] King-Hale D. G.: *Theory of Satellite Orbits in an Atmosphere*. Butterworths, London 1964.
- [6] King-Hale D. G.: Upper-Atmosphere Zonal Winds from Satellite Orbit Analysis. *Planet. Space Sci.*, Vol. 31, No. 5, 1983.
- [7] Lála P.: Computer Program PRIOR Used for Orbit Determination at the Ondřejov Observatory. *Space Res.*, Vol. 1.
- [8] Sehnal V.I.: Non-gravitational Forces in Satellite Dynamics. Symposium Sao Paulo, 1974.
- [9] *Spravočnoe rukavodstvo po něbesnoj mechanike i astrodinamike*. Nauka, Moskva 1971.
- [10] Vaníček P., Krakiwsky E.: *Geodesy - the concepts*. Amsterdam 1986.

